3. Übungsaufgabenserie, 21. Juni 2001

# Offene und geschlossene Bediensysteme

## offenes Bediennetz:

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0.2 | 0.5 | 0.3 |
| 2 | 0.1 | 0.8 | 0.1 | 0 |
| 3 | 0.2 | 0.8 | 0 | 0 |

$\Longrightarrow$

| | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_3$ | r.S. |
|---|---|---|---|---|
| (1) | $-0.8$ | 0.8 | 0.8 | $-1\lambda$ |
| (2) | 0.5 | $-0.9$ | | 0 |
| (3) | | 0.3 | $-1$ | 0 |

Daraus ergeben sich folgende Werte:

$$\lambda_1 = 34.6154$$
$$\lambda_2 = 19.2308$$
$$\lambda_3 = 10.3846$$

Da Stationärsbedingung verletzt ($\mu_i \geq \lambda_i$) somit M/M/1-Formeln nicht anwendbar.

## geschlossenes Bediennetz:

Wir verwenden den BUZEN-Algorithmus. Aus den Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich die folgende Matrix ($p_{ij}$):

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0.2 | 0.5 | 0.3 |
| 2 | 0 | 0.9 | 0.1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Als nächstes müssen die Flüsse $X_i$ berechnet werden.

| | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | r. S. |
|---|---|---|---|---|
| (1) | $-3.6$ | 0.5 | 2 | 0 |
| (2) | 2 | $-0.9$ | 0 | 0 |
| (3) | 1.2 | 0 | $-2$ | 0 |

Daraus ergibt sich: $X_1 = 1$ $X_2 = \frac{20}{9}$ $X_3 = \frac{3}{5}$
Der nächste Schritt führt zur Normalisierungskonstante $G(N)$. Dazu wird das Tabellenverfahren angewendet (BUZEN). Die entstehende Matrix hat die Elementen $g_{ij}$. Weiterhin ist $G_j(i) := g_{ij}$ definiert.

| n\m | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | $3\frac{2}{9}$ | $3\frac{37}{45}$ |
| 2 | 1 | $8\frac{13}{81}$ | 10.4538 |
| 3 | 1 | $19\frac{98}{729}$ | 25.4067 |
| 4 | 1 | 43.2509 | $\underline{58.765}$ |

$G(N) = 58.765$

Aus diesen Werten lassen sich jetzt die Zustandsgrößen des Systems berechnet werden.

$$P(n_i = k) = \frac{X_i^2}{G(N)} \left(G_M(N-k) - X_i \cdot G_M(N-k-1)\right)$$

$P(n_i = k)$ :

| k\i | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.567 | 0.0392 | 0.7406 |
| 1 | 0.2544 | 0.0823 | 0.1954 |
| 2 | 0.1359 | 0.4178 | 0.0549 |
| 3 | 0.2495 | 0.0456 | 0.0068 |
| 4 | 0.0170 | 0.4149 | 0.0022 |

Die Anlagenlänge oder die Anzahl der im System verweilter Fo:

$$L_{V_i}(N) = \sum_{k=1}^{N} X_i^k \frac{G_M(N-k)}{G(N)}$$

$$L_{V_1}(4) = 0.6807$$

$$L_{V_2}(4) = 1.6599$$

$$L_{V_3}(4) = 0.00882$$

Die Auslastung:

$$\eta_i(N) = X_i \cdot \frac{G_M(N-1)}{G(N)}$$

$$\eta_1(4) = 0.4323 = 43,23\%$$

$$\eta_2(4) = 0.9607 = 96.07\%$$

$$\eta_3(4) = 0.2594 = 25.94\%$$

Durchsatz in Forderungen pro Zeiteinheit:

$$D_i(N) = \mu_i \cdot \eta_i(N)$$

$$D_1(4) = 1.729$$

$$D_2(4) = 0.9607$$

$$D_3(4) = 0.5188$$

Verweilzeit nach Little Formel:

$$T_{V_i}(N) = \frac{L_{V_i}(N)}{D_i(N)}$$

$$T_{V_1}(4) = 0.03935$$

$$T_{V_2}(4) = 1.72772$$

$$T_{V_3}(4) = 0.01700$$